

Hong Kong Mathematics Olympiad (2014 / 2015)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (2014 / 2015)

初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 在 1 至 2015 之間（包括 1 及 2015 在內）有多少對相異整數的積是 5 的倍數？

How many pairs of distinct integers between 1 and 2015 inclusively have their products as multiples of 5?

2. 已知  $(10^{2015})^{-10^2} = 0.\underbrace{000\cdots 01}_{n \text{ 個 } 0}$ ，求  $n$  的值。

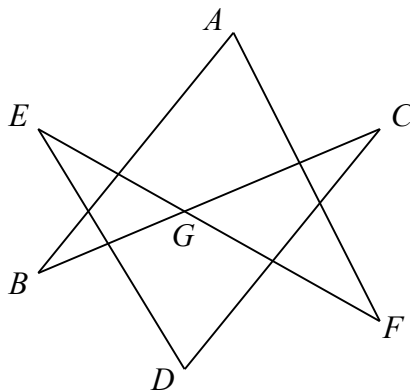
Given that  $(10^{2015})^{-10^2} = 0.\underbrace{000\cdots 01}_{n \text{ times}}$ . Find the value of  $n$ .

3. 設正  $n$  邊形的內角為  $x^\circ$ ，其中  $x$  為整數。問  $n$  有多少個可能值？

Let  $x^\circ$  be the measure of an interior angle of an  $n$ -sided regular polygon, where  $x$  is an integer, how many possible values of  $n$  are there?

4. 已知下圖中  $\angle EGB = 64^\circ$ ， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = ?$

As shown in the figure below that  $\angle EGB = 64^\circ$ ,  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = ?$



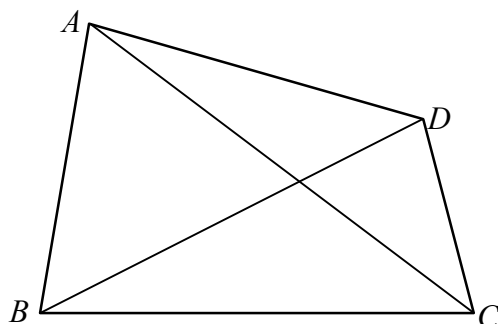
5. 已知  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  為一正實數序列，其中  $a_1 = 1$  及  $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n} + \frac{1}{4}$ 。求  $a_{2015}$  的值。

It is given that  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  is a sequence of positive real numbers such that  $a_1 = 1$  and

$$a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n} + \frac{1}{4}. \text{ Find the value of } a_{2015}.$$

6. 下圖中的  $ABCD$  是一個凸四邊形及  $AB + BD + CD = 16$ ，求  $ABCD$  的最大面積。

As shown in the figure below,  $ABCD$  is a convex quadrilateral and  $AB + BD + CD = 16$ . Find the maximum area of  $ABCD$ .



7. 設  $x, y, z > 1$ 、 $p > 0$ 、 $\log_x p = 18$ 、 $\log_y p = 21$  及  $\log_{xyz} p = 9$ 。求  $\log_z p$  的值。

Let  $x, y, z > 1$ ,  $p > 0$ ,  $\log_x p = 18$ ,  $\log_y p = 21$  and  $\log_{xyz} p = 9$ . Find the value of  $\log_z p$ .

8. 求  $\frac{1}{4029} + \frac{2 \times 2014}{2014^2 + 2015^2} + \frac{4 \times 2014^3}{2014^4 + 2015^4} - \frac{8 \times 2014^7}{2014^8 - 2015^8}$  的值。

Find the value of  $\frac{1}{4029} + \frac{2 \times 2014}{2014^2 + 2015^2} + \frac{4 \times 2014^3}{2014^4 + 2015^4} - \frac{8 \times 2014^7}{2014^8 - 2015^8}$ .

9. 設  $x$  為實數。求  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 130}$  的最小值。

Let  $x$  be a real number. Find the minimum value of  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} + \sqrt{x^2 - 14x + 130}$ .

10. 已知  $B$ 、 $H$  及  $I$  為圓上的點。 $C$  是該圓外的一點。 $BC$  是該圓在點  $B$  的切線。 $HC$  和  $IC$  分別通過該圓於點  $D$  及  $G$ 。已知  $HDC$  是  $\angle BCI$  的角平分線、 $BC = 12$ 、 $DC = 6$  及  $GC = 9$ ，求  $\frac{\Delta BDH \text{ 的面積}}{\Delta HIG \text{ 的面積}}$  的值。

Given that  $B$ ,  $H$  and  $I$  are points on the circle.  $C$  is a point outside the circle.  $BC$  is tangent to the circle at  $B$ .  $HC$  and  $IC$  cut the circle at  $D$  and  $G$  respectively. It is given that  $HDC$  is the angle bisector of  $\angle BCI$ ,  $BC = 12$ ,  $DC = 6$  and  $GC = 9$ . Find the value of  $\frac{\text{area of } \Delta BDH}{\text{area of } \Delta HIG}$ .

完

END